

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2022/23. DÖNTŐ
9. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. András és Béla egyszerre indulnak el ugyanazon az útvonalon egymással szemben, állandó sebességgel két városból. Félórával azután, hogy elhaladtak egymás mellett, 81 km-re voltak egymástól. Ekkor András megtette a teljes távolság kétharmad részét, míg Béla a teljes távolság nyolctizenötöd részét. Mekkora a két város távolsága? Mennyi a két fiú sebessége külön-külön?

12 pont

2. a) Oldd meg a következő egyenletrendszert!

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 2xy = z^2 + 4 \end{array} \right\}$$

12 pont

- b) Bizonyítsd be, hogy négy egymást követő természetes szám szorzata eggyel kisebb egy négyzetszámnál!

8 pont

3. Hányféleképpen válthatunk fel egy 500 Ft-os bankjegyet kizárólag 5 Ft-os, 10 Ft-os és 20 Ft-os érmékre, ha nem feltétlenül kell minden érméből lennie?

7 pont

4. Egy négyzet két szomszédos oldalára befelé rajzolunk egy-egy szabályos háromszöget. Hány százaléka a két háromszög közös részének területe a négyzet területének?

17 pont

5. Számítsd ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2023}$$

10 pont

6. Ábrázold a következő egyenlet megoldásainak a számát a p valós paraméter függvényében!

$$||x - 2| - 3| = px + 2$$

14 pont